Colles PT - 2006/2007.

Matthieu Guerquin-Kern

Le 12 janvier 2007

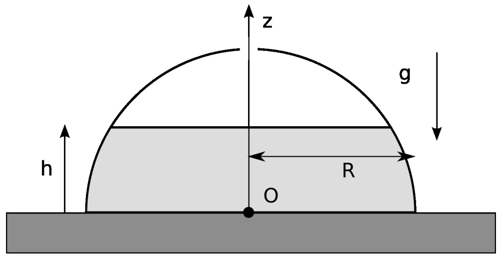
1 Thermodynamique

1.1 Thermo de Sup

Colle 1

Exercice 1: Soulèvement d'une cloche sphérique

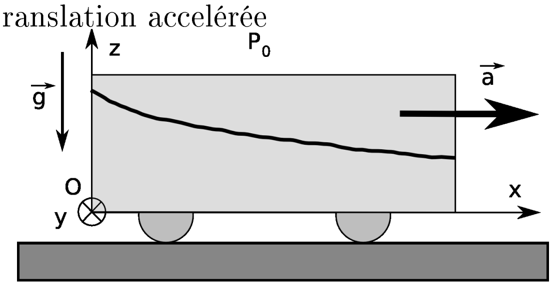
Pour quelle hauteur d'eau h, la cloche sphérique de masse m va-t-elle se soulever ?



□

Exercice 2: Surface libre dans un référentiel en translation accelérée

Soit un chariot se déplaçant en translation dans un référentiel galiléen. Il contient une cuve d'eau à l'air libre à la pression P_0. Le champ de gravité est $\vec{g}$ supposé constant. Le chariot subit une accélération $\vec{a}$ constante. Donnez l'équation caractéristique de la surface de l'eau $z = f(x)$.



□

Colle 2

Exercice 1: Détente de Joule-Thomson d'un gaz réel

Soit un gaz dont l'équation d'état est $P(V - nb) = nRT$. b est appelé le covolume du gaz. Son énergie interne ne dépend que de la température.

1) Donner la relation entre $C_{p,m}$, $C_{v,m}$ et R. Commentez.

2) Supposons γ indépendant de T. Une mole de ce gaz subit une détente de Joule-Thomson ($P_1 \rightarrow P_2$). Calculer ΔT.

3) AN : $P_1 = 10^6 Pa$, $P_2 = 10^5 Pa$, $R = 8.31 J.\text{mol}^{-1}.K^{-1}$, $\gamma = 1.4$ et $b = 38.10^{-6} m^3.mol^{-1}$ □

Exercice 2: Oscillations d'un piston dans un cylindre

Soit un piston de masse M qui coulisse sans frottements dans un cylindre de section S, dont les parois sont calorifugées. Le gaz piégé dans le cylindre est considéré comme parfait.

1) Calculer P_1 la pression à l'intérieur du cylindre à l'équilibre, alors que la pression extérieure est P_0.

2) On pose sur le piston une masse $m << M$. Déterminer le mouvement du piston. S'arrête-t-il ?
□

Colle 3

Exercice 1: Fonction caractéristique du dioxyde de carbone
Soit un gaz (le dioxyde de carbonne) dont on donne la fonction caractéristique pour une mole :

$$S(U,V) = S_0 + C_{V,m} \ln\left(\frac{U + a/V}{U_0 + a/V_0}\right) + R \ln\left(\frac{V-b}{V_0-b}\right), \tag{1}$$

avec $C_{V,m} = 28.5\ J.mol^{-1}$, $a = 0.37\ J.m^3.mol^{-1}$, $b = 4.3.10^{-5}\ m^3.mol^{-1}$ et $R = 8.31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$. S_0, U_0 et V_0 sont respectivement les valeurs de l'entropie, de l'énergie interne et du volume de cette mole de gaz dans un état de référence arbitraire.

1) Différencier $S(U,V)$. Identifiez l'expression obtenue à l'identité thermodynamique. Donner $U(T,V)$ et l'équation d'état du gaz : $f(P,V,T) = 0$. Commentez.

2) Deux moles de ce gaz subissent une détente de Joule-Gay-Lussac ($V = 5\ dm^3 \rightarrow 2V$ et $T = 293\ K \rightarrow T'$). Calculer ΔT et ΔS. Faire l'application numérique.

3) Comparer aux résultats qu'on obtiendrait avec un gaz parfait. □

1.2 Machines thermiques et écoulements permanents

Colle 1

Question de cours: Définir l'efficacité d'une machine frigorifique et d'une pompe à chaleur. Appliquer les deux principes de la thermodynamique pour trouver les efficacités maximales. □

Exercice 1: Évolution polytropique
Un gaz parfait (n moles) subit une transformation adiabatique quasi-statique et mécaniquement réversible. On suppose que les capacités thermiques à pression constante et à volume constant n'évoluent pas lors de la transformation entre l'état initial (P_1, V_1, T_1) et l'état final (P_2, V_2, T_2). Montrer en appliquant le premier principe qu'il s'agit d'une transformation polytropique d'indice γ (coefficient isentropique). □

Colle 2

Exercice 1: Machines thermiques

On s'intéresse à un ensemble constitué de trois sources S_1, S_2 et S_3, de capacités thermiques constantes identiques C, mais dont les températures initiales sont différentes ($T_1 > T_2 > T_3$). Ces sources sont reliées à deux machines thermiques M_1 et M_2 selon le schéma ci-dessous.

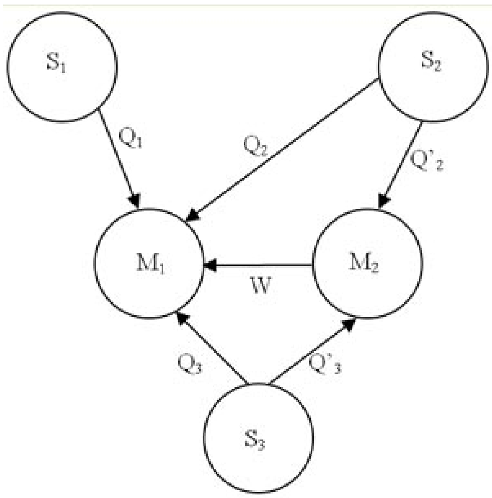
1) On souhaite élever la température de S_1. Des machines M_1 et M_2, laquelle est une pompe à chaleur et laquelle est un moteur ?

2) Quel type de fonctionnement permet d'obtenir la température finale T_M de S_1 la plus élevée possible ? Expliquer pourquoi le système fonctionnera jusqu'à ce que les températures de S_2 et S_3 soient égales à une même valeur T.

3) A partir du premier principe, établir une relation entre T_M, T, T_1, T_2 et T_3.

4) A partir du second principe, établir une relation entre T_M, T, T_1, T_2 et T_3.

5) Sachant que $T_1 = T_2 = 300\ K$ et $T_3 = 100\ K$, trouver numériquement avec la calculatrice les solutions T_M et proposer celles qui sont valables physiquement.



□

Colle 3

Question de cours: Énoncer et démontrer le premier principe des systèmes ouvert en régime permanent. □

Exercice 1: Échangeur

On considère un échangeur de chaleur isolé de l'extérieur à deux entrées et deux sorties fonctionnant avec deux liquides identiques de capacité calorifique constante c_p. Le premier fluide entre en e et sort en s. Il a un débit massique D_m. Le second fluide entre en e' et sort en s', avec un débit D'_m.

1) En appliquant le premier principe des systèmes ouverts à un système qui sera précisé, donner une relation entre les débits massiques, les températures d'entrée T_e et T'_e et les températures de sorties T_s et T'_s.

2) Comment serait modifié cette relation s'il existait des pertes de chaleur des fluides vers l'extérieur correspondant à une puissance thermique $\mathcal{P}_{perte}$?

3) Ici $\mathcal{P}_{\text{perte}} = 0$. L'échange thermique est supposé parfait entre les deux liquides (la surface et le temps de contact sont très longs). Quelle relation supplémentaire peut-on en déduire ? Pour $T_e = 80\ °C$, $T'_e = 20°C$, $D_m = 2\ kg/s$ et $D'_m = 8\ kg/s$ calculer T_s et T'_s. □

Colle 4

Question de cours: Énoncez et retrouvez l'inégalité de Clausius. □

Exercice 1: Moteur thermique solaire

On envisage de construire une machine à vapeur qui utilise de l'eau comme source froide et un capteur solaire comme source chaude, afin de pomper l'eau d'un puits.

Le capteur solaire reçoit un flux solaire de 1 kW. On admet que la moitié de cette puissance est transférée à de l'eau qui est vaporisée à la température de $60°C$.

La vapeur se détend en fournissant de la puissance mécanique à la pompe, puis passe dans un condenseur où la température est de $20°C$. A la sortie, une pompe élève la pression du liquide pour l'introduire dans la chaudière.

Le circuit est parfaitement étanche, et la vapeur d'eau est le seul gaz présent.

1) Représentez le système complet.

2) Quel est le rendement thermodynamique maximal du moteur ? Quelle puissance mécanique maximale peut-on attendre ?

3) On admet que le rendement thermodynamique est égal à 80% du rendement maximal, et que le rendement mécanique de la pompe est de 50%. Quel est le débit de l'eau pompée si la profondeur du puit est de 20 m ?

4) Quelle est l'augmentation de température de l'eau pompée ? ($c_{\text{eau}} = 4.18\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$)

5) Pourquoi le circuit doit-il être étanche ? □

Colle 5

Question de cours: Qu'est ce que le travail indiqué ? Donner la relation avec la puissance mécanique utile. □

Exercice 1: Tuyère adiabatique

De l'air comprimé se détend dans une tuyère. Les données et hypothèses sont les suivantes :

- l'air est assimilé à un gaz parfait. ($c_p = 1\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$, $\gamma = 1.4$ et $M = 29\ g.mol^{-1}$)
- à l'entrée, la vitesse de l'air est négligeable, $T_A = 600\ K$ et $P_A = 5\ bars$
- à la sortie, $P_B = 1\ bar$, $S = 1\ cm^2$

1) Calculer la vitesse de sortie c en fonction de c_p, T_A et T_B.

2) En supposant la détente isentropique, et en sachant que l'entropie s'exprime par $S(T,P) = S_0(T_0,P_0) + c_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \frac{R}{M}\ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$, calculer T_B en fonction de T_A, P_A, P_B et γ. Faire l'application numérique. Commenter.

3) Calculer le débit massique en sortie. AN.

4) Dans le cas d'une détente adiabatique réelle, donner l'inégalité sur c. □

Colle 6

Question de cours: Donner le bilan enthalpique massique pour un système en écoulement permanent unidimensionnel, dont le fluide subit entre l'entrée et la sortie, une variation d'énergie cinétique massique Δe_C et une variation d'énergie potentielle de pesanteur massique Δe_P. □

Exercice 1: Compresseur adiabatique

Un compresseur amène de l'air de l'état 1 ($P_1 = 1\ bar$, $T_1 = 300\ K$) à l'état 2 ($P_2 = 6\ bar$, T_2). La puissance P du moteur qui l'entraîne est de 1.5 kW et le débit massique D_m est de 6.5 $g.s^{-1}$. L'air est assimilé à un gaz parfait ($c_p = 1\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$ et $\gamma = 1.4$).

1) Calculer T_2.

2) Calculer l'entropie créée par unité de temps

3) Quel serait le débit si l'évolution de l'air était isentropique ? □

Colle 7

Question de cours: Donner l'expression du bilan entropique massique dans le cas d'un écoulement permanent. □

Exercice 1: Réfrigérant
De l'air chaud ($P_1 = 6\ bar$, $T_1 = 500\ K$) est refroidit de façon isobare jusqu'à $T_0 = 300\ K$ dans un échangeur parfaitement calorifugé ($c_p = 1\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$). Le fluide réfrigérant est de l'eau ($c_e = 4.18\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$ qui entre à $\theta_e = 12\ C$ et qui sort à θ_s. Le débit de l'eau est $D_{m,\text{eau}} = 100\ g.s^{-1}$. Le débit de l'aire est $D_{m,\text{air}} = 6.5\ g.s^{-1}$.

Calculer θ_s. □

Exercice 2: Mélangeur
Un robinet mélange de l'eau froide (T_1, D_1) et de l'eau chaude (T_2, D_2). Déterminer la température finale T_f en précisant les hypothèses. □

1.3 Changements d'état

Colle 1

Question de cours: Donner l'allure du diagramme (P,T) d'un corps pur. Comment se fait un changement d'état sur ce diagramme ? Donner la relation de Clapeyron. □

Exercice 1: Fonte de la glace

1) Un calorimètre parfaitement caloriugé contient une masse m_0 d'eau liquide à la température T_0 et à pression atmosphérique P_0.

2) De la glace, à la température T_1, est introduite dans le calorimètre. Evaluer la température finale T de l'eau contenue dans le calorimètre en fonction de la masse m de glace apportée, et préciser la composition de l'état final.

Données : on note C_l et C_s les capacités calorifiques massiques de l'eau et de la glace, l_f l'enthalpie massique de fusion à T_f, sous la pression P_0. □

Colle 2

Question de cours: Donner l'allure d'un diagramme de Clapeyron pour un équilibre liquide-vapeur. □

Exercice 1: Surfusion du phosphore Soit un récipient calorifugé contenant une masse $m = 10\ g$ de phosphore liquide surfondu à la température $t = 34\ °C$ sous la pression atmosphérique.

On donne pour le phosophore : $T_f = 317\ K$, $l_f(T_f) = 20,9.10^3\ J.kg^{-1}$ sous la pression atmosphérique et $c_{P(liq)} = 0,795\ J.g^{-1}.K^{-1}$ (valeur supposée indépendante de la température dans l'itervalle considéré), et $C_{P(sol)} = 0,840\ J.g^{-1}.K^{-1}$.

1) On fait cesser la surfusion et on observe un nouvel état d'équilibre diphasé du phosphore. Déterminer la quantité de masse respective de chacune des phases.

2) Calculer la varition d'entropie correspondante.

3) Quel serait l'état final du système si on fesait cesser la surfusion d'une même masse de phosphore initialement à la température $t' = 17,5\ °C$? □

1.4 Thermochimie

Colle 1

Question de cours: Donner la définition de l'enthalpie libre et son expression différentielle. Expression différentielle dans le cas d'un gaz parfait pur.

Retrouver l'expression du potentiel chimique. □

Exercice 1: Calcul de G

On considère un récipient maintenu à 100 $°C$ et $P = 2$ bars contenant 2 moles d'un mélange équimolaire de deux liquides A et B qui réagissent totalement en formant du gaz C selon : $2A + B \to C$. Les constituants sont parfaits, et on a $\mu_A^0 = \mu_B^0 = 10\ kJ.mol^{-1}$ et $\mu_C^0 = 1900\ J.mol^{-1}$.

Calculer ΔG au cours de la réaction. □

Colle 2

Question de cours: Donner la définition de l'enthalpie libre de réaction et sa relation avec le potentiel chimique. Retrouver la relation liant les grandeurs de réaction associées à l'enthalpie, l'enthalpie libre et l'entropie. □

Exercice 1: Bilan énergétique d'une réaction

On enferme dans un récipient de volume constant maintenu à 320 K, 0.1 mole de fer et une mole de monoxyde de carbone sous $P = 1\ bar$. On a alors la réaction totale : $Fe_{(s)} + 5CO_{(g)} \to Fe(CO)_{5(l)}$. Le tableau donne les valeur à la température 298 K.

1) Calculer $\Delta_r H^0$, $\Delta_r S^0$ et $\Delta_r G^0$ à 320 K.

2) Calculer ΔH, ΔG et ΔS au cours de cette transformation.

	Fe	CO	$Fe(CO)_5$
$\Delta_f H^0$ $(kJ.mol^{-1})$	0	-110.5	-744
S_0 $(J.K^{-1}.mol^{-1})$	27.3	-197.5	338.1□
$\Delta_f G^0$ $(kJ.mol^{-1})$	0	-137.2	-705.4
C_p^0 $(J.K^{-1}.mol^{-1})$	25.1	29.1	240.6

2 Optique

2.1 Optique géométrique

Colle 1

Question de cours: Énoncer les lois de Snell-Decartes. □

Exercice 1: Étude d'un objectif photographique

Un objectif peut-être modélisé par une lentille mince L de distance focale image $0\bar{F'} = f' = +75\ mm$. Pour effectuer la mise au point, le photographe déplace l'objectif par rapport à la pellicule Π.

1) On désire photographier un objet AB très éloigné, A étant sur l'axe optique et B dans une direction faisant un angle α avec l'axe. A quelle distance de la pellicule placer la lentille ?

2) Construire l'image A'B' de AB.

3) Exprimer la grandeur $A'\bar{B'}$ en fonction des données.

4) L'objet AB est une tour de 60 m de haut située à 3 km de l'objectif. Calculer $A'\bar{B'}$.

5) Si le photographe souhaite une image deux fois plus grande sur la pellicule, par quelle lentille remplacer L ?

6) On définit le tirage de l'objectif comme étant la distance algébrique $F'\bar{A'}$. Quelle est la valeur maximale prise par le tirage si le réglage de l'objectif permet de mettre au point sur un objet situé

à une distance L (lentille initiale) comprise entre 1.40 m et l'infini ? □

Colle 2

Question de cours: Expliquer le phénomène optique de mirage. □

Exercice 1: Ouverture d'un appareil photographique
Un appareil photographique est constitué d'une lentille convergente de focale f'=50 mm. La pellicule est placée à la distance d de la lentille. Les rayons incidents sont limités par un diaphragme de diamètre D et dont l'ouverture est circulaire.

1) On souhaite photographier des objets à une distance variant de x=0.6 m à l'infini par rapport à la lentille. Calculer les distances d_{min} et d_{max} de la pellicule pour lesquelles l'image formée est nette.

2) On définit un nombre N, appelé nombre d'ouverture, vérifiant $1/N = D/f'$. Sur les objectifs on peut faire varier le diamètre du diaphragme d'entrée e manière discontinue, ce qui est repéré sur les objectif par une série de nombre N dont les valeurs possibles sont 2.8 ; 4 ; 5.6 ; 8 ; 11 ; 16. Sur les boîtiers d'appareils photographiques on dispose d'autre part des temps d'exposition nécessaires respectifs (en s) : 1/15 ; 1/30 ; 1/60 ; 1/125 ; 1/250 ; 1/500. Expliquer.

3) La pellicule est caractérisée par un grain g=0.02 mm. On souhaite que la tache image d'un objet A reste inférieure à g pour que l'image soit satisfaisante. La mise au point étant à l'infini, mettre en évidence à l'aide d'une construction géométrique, la distance L_0, dite «hyperfocale», qui sépare A de la lentille pour que l'image soit correcte. Exprimer L_0 en fonction de g, f' et N.

4) Soit P_f la profondeur du champ (zone de l'espace objet qui donne une image nette). Qualitativement comment varie P_f avec N ? avec f' ? □

Colle 3

Question de cours: Définir le stigmatisme et l'aplanétisme. □

Exercice 1: Prisme

1) Retrouvez les 4 formules du prisme.
2) Montrer que quand i varie, la déviation D passe par un minimum D_{min}.
3) Donner alors l'expression de n en fonction de D_{min}. □

2.2 Optique ondulatoire

Colle 1

Question de cours: Énoncer le théorème de Malus. □

Exercice 1: Démonstration du théorème de Malus
Soit un rayon lumineux émis par un point fixe A. Il traverse une série de p dioptres et passe les interfaces aux points I_i. Ainsi le trajet suivit par le rayon est $(A\ I_1\ I_2\ \ldots I_{p-1}\ M)$. On note $L(M)$ sa longueur.

1) Exprimer $L(M)$ en fonction des vecteurs unitaires $\overrightarrow{u_i}$ et des vecteurs $\overrightarrow{AI_1}$, $\overrightarrow{I_1I_2}$, ... et $\overrightarrow{I_{p-1}M}$.

2) Considérer un trajet voisin $(A\ I_1 + \overrightarrow{dI_1}\ I_2 + \overrightarrow{dI_2}\ \ldots I_{p-1} + \overrightarrow{dI_{p-1}}\ M + \overrightarrow{dM})$ de longueur dL, revient à effectuer une différentiation de $L(M)$.

2.1) Dans un premier temps, à l'aide des lois de Snell-Descartes trouver une relation entre $\overrightarrow{u_i}$, $\overrightarrow{u_{i+1}}$ et dI_i.

2.2) Ensuite, exprimer dL.

3) Enfin, en déduire le théorème de Malus. □

Colle 2

Question de cours: Donner la définition du chemin optique et sa relation avec le retard de phase. □

Exercice 1: Effet Doppler
Un signal émis à l'instant t par une source mobile M est reçu à l'instant t' en un point fixe P. Notons $\overrightarrow{r}(t) = \overrightarrow{PM}$., $\overrightarrow{v}$ le vecteur vitesse de M et α l'angle entre $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{PM}$.

1) Exprimer t' en fonction de t, c la célérité de l'onde et $r(t)$.

2) L'émetteur émet des signaux périodiques de période T, dont la fréquence est suffisamment élevée pour que l'on puisse considérer que sur une période v et α ne varient pas.

2.1) Commençons par exprimer la différence $r(t+T) - r(t)$.

2.2) En déduire la période T' des signaux reçus en P.

2.3) Par un développement limité judicieux, exprimer le rapport f'/f au premier ordre.

3) Pour finir, citer un exemple d'effet Doppler dans le domaine des ondes sonores. □

Exercice 2: Traversée d'un prisme
Un faisceau de rayons parallèles arrive sur la face d'entrée d'un prisme d'angle A et d'indice n, avec l'incidence i. On utilisera les notations classiques i, i', r, r' et D.

1) Comparer les chemin optiques entre un rayon quelconque et celui qui passe par le sommet.

2) Retrouver ce résultat sans calculs. □

Colle 3

Question de cours: Donner la relation entre l'éclairement $\mathcal{E}$ et l'onde lumineuse s (modèle scalaire). □

Exercice 1: Interférences par deux miroirs parallèles
On considère un montage symétrique selon l'axe $0z$. Les deux miroirs plans parallèles distants chacun de l de cet axe sont image l'un de l'autre par la symétrie. Il en va de même pour deux sources ponctuelles S et S', monochromatiques (longueur d'onde λ) de même intensité et distantes de a de l'axe. L'écran est placé de l'autre côté, perpendiculairement à l'axe et à une distance D des sources. On place un écran E pour supprimer la lumière directe des sources sur l'écran.

1) Déterminer l'éclairement lumineux $\mathcal{E}(x)$ sur l'écran ainsi que le contraste entre les franges, dans le cas où seule la source S est présente.

2) Dans le cas où les deux sources sont présentes

3) En proposant des ordres de grandeur plausibles, commentez la faisabilité de l'expérience. □

3 Electro-Magnétisme

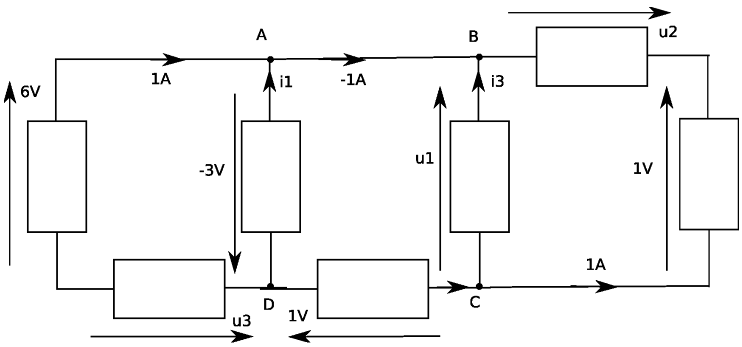
3.1 Electrostatique

3.2 Electronique harmonique

Colle 1

Question de cours: Enoncer les lois d'association des dipôles. □

Exercice 1:



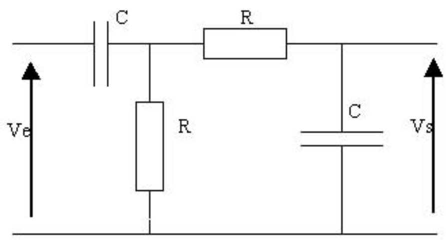
Soit le montage suivant.
1) Déterminer u_1, u_2 et u_3.
2) Déterminer i_1, i_2 et i_3. □

Exercice 2: (facultatif)
Le LEP du CERN à une circonférence de 27 km. $n = 2.10^{12}$ électrons ($e = 1.6.10^{-19}\ C$) sont injectés dans l'anneau et ont après accélération une vitesse proche de $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$. Calculer I associé à la boucle de courant constituée par le faisceau d'électrons. □

Colle 2

Question de cours: A partir des composants R, L et C, donner les schémas les plus simples possibles de filtre passe bas et passe haut du premier ordre. □

Exercice 1:



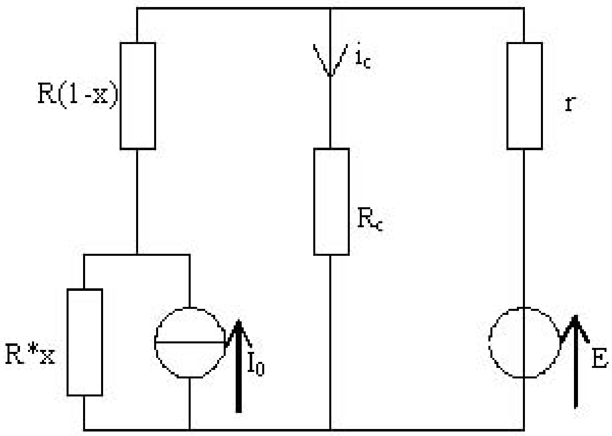
Soit le montage suivant.
1) Calculer la fonction de transfert $\left(\dfrac{Vs}{Ve}\right)$.
2) Tracer le diagramme de Bode asymptotique. □

Colle 3

Question de cours: Enoncer le théorème de Thévenin en régime permanent. □

Exercice 1:

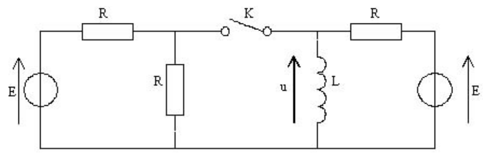
En utilisant les équivalences entre les modèles de Thevenin et de Norton, déterminer l'intensité i_c du courant parcourant R_c.



□

Exercice 2:

A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K,décrire la différence de potentiel aux bornes de la bobine.

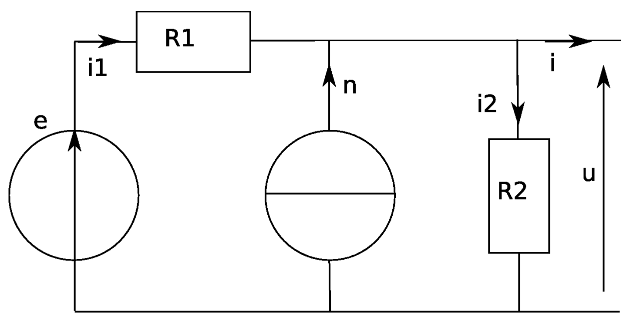


□

Colle 4

Question de cours: Enoncer le théorème de Norton en régime permanent. □

Exercice 1:
Un dipôle linéaire est représenté par l'association de dipôles fondamentaux, représentées sur la figure suivante.
1) Déterminer en fonction de u, e, R_1 et R_2, les courants i_1 et i_2. En déduire la caractéristique $i(u)$ du dipôle.
2) Représenter ce dipôle avec la modélisation de Norton puis de Thévenin.



□

Exercice 2: (facultatif)
Pour faire démarrer un véhicule, on utilise deux câbles de longueur totale $l = 2\ m$ et de section $s = 10\ mm^2$, reliés à la batterie de 12 V d'un autre véicule. Calculer la tension disponible pour un démarreur nécessitant 100 A (essence), puis pour un démarreur nécessitant 250 A (diesel). Donnée : $\gamma_{Cu} = 6.10^7\ S.m^{-1}$. □

Colle 5

Question de cours: En première approximation, on représente un amplificateur opérationnel par le modèle de l'amplificateur parfait. Quelles sont les caractéristiques de ce modèle ? □

Exercice 1:

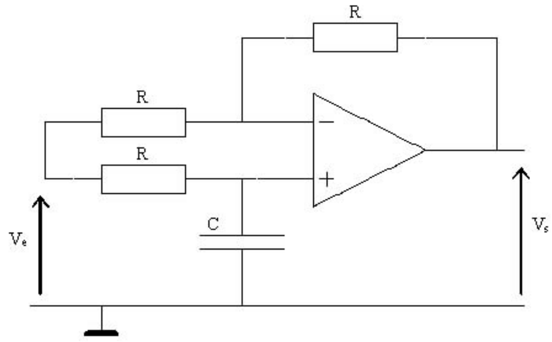
On considère le circuit suivant, commandé par un générateur sinusoïdal de tension à la pulsation ω où l'ampli-op est supposé idéal. on donne $RC = 0.47\ ms$.

1) Calculer la fonction de transfert, en déduire le gain G et le déphasage φ de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée.

2) Tracer les diagrammes de Bode en Amplitude et en phase.

3) Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ?

4) Déterminer la réponse indicielle du circuit.



□

3.3 Electrocinétique

Colle 1

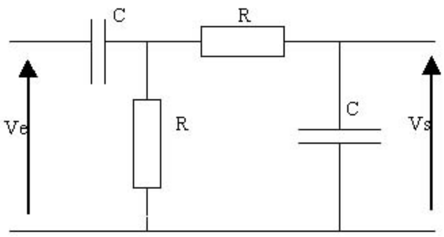
Question de cours: A partir des composants R, L et C, donner les schémas les plus simples possibles de filtre passe bas et passe haut du premier ordre. □

Exercice 1: Étude d'un filtre du deuxième ordre

Soit le montage suivant :

1) Calculer la fonction de transfert $\left(\dfrac{Vs}{Ve}\right)$.

2) Tracer le diagramme de Bode asymptotique.



□

Colle 2

Exercice 1: Filtrage pour une alimentation continue

Une alimentation "continue" est basée sur le redressement de la tension sinusoïdale délivrée par un transformateur. En conséquence, elle n'est pas parfaitement continue ; elle contient une composante variable de fréquence 100 Hz. Cette tension est supposée de la forme : $e(t) = E_0 + \Delta E \cos(200\pi t)$. Avec $E_0 = 10\ V$ et $\Delta E = 0.1\ V$. le rapport $\Delta E/E_0$ est appelé taux d'ondulation.

Le dispositif de résistance $R_u = 100\Omega$ auquel est branchée l'alimentation nécessite une tension continue d'au moins 9 V. avec un taux d'ondulation inférieur à 1/1000.

1) On essaye de résoudre le problème avec un filtre passe-bas R-C du premier ordre. Déterminer les valeurs convenables, avec la valeur de C la plus petite possible. Conclure.

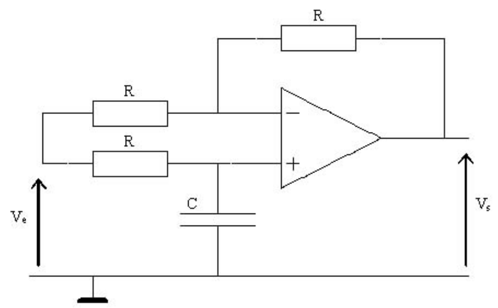
2) Quelle est la valeur de l'inductance à placer en série avec le dispositif pour avoir le même taux d'ondulation ? Conclure.

3) Montrer que mettre en série un dipôle constitué d'une bobine et d'un condensateur en parallèle, permet d'éliminer théoriquement l'ondulation entièrement. □

Colle 3

Question de cours: En première approximation, on représente un amplificateur opérationnel par le modèle de l'amplificateur parfait. Quelles sont les caractéristiques de ce modèle ? □

Exercice 1: Étude d'un filtre du premier ordre
On considère le circuit suivant, commandé par un générateur sinusoïdal de tension à la pulsation ω où l'ampli-op est supposé idéal. on donne RC=0.47ms.
1) Calculer la fonction de transfert, en déduire le gain G et le déphasage φ de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée.
2) Tracer les diagrammes de Bode en Amplitude et en phase.
3) Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ?
4) Déterminer la réponse indicielle du circuit.



□

3.4 Diffusion de la chaleur

Colle 1

Question de cours: Soit un élément de volume Σ, à l'intérieur duquel une puissance thermique P_{th} se dégage, donnez l'expression de la quantité de chaleur qu'il reçoit pendant un intervalle de temps dt. □

Exercice 1: Fusible
Considérons un fusible. On le modélise par un fil de plomb cylindrique de longueur L très supérieure à son rayon a. Sa conductivité thermique est σ. Il est parcouru par une densité de courant $\mathbf{j} = j\mathbf{u}_z$, qu'on suppose uniforme. On considère uniquement le régime stationnaire.

1) A partir de l'hypothèse $L >> a$, que peut on déduire pour la distribution de température dans le fusible ?

2) Faire un bilan d'énergie pour la couronne comprise entre r et $r + dr$. En déduire que la température est solution de

$$\frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{j^2}{\sigma} = 0.$$

3) En déduire que T est de la forme :

$$T(r) = -\frac{j^2 r^2}{4\sigma\lambda} + \alpha\ln(r) + \beta.$$

4) Pourquoi nécessairement $\alpha = 0$? Où trouve-t-on la température maximale ?

5) En supposant la condition aux limites $T(r = a) = T_0$ et en connaissant la température T_f de fusion du plomb, calculer le diamètre $a(T_0, I_M)$ à donner au fusible pour qu'il fonde à partir d'un courant d'intensité I_M.

6) *Bonus* : En réalité le fil évacue un flux conducto-convectif vers l'atmosphère : $\Phi = 2\pi aLh(T(a) - T_0)$, où h est telle que $ah << \lambda$. Donnez dans ce cas $a(T_0, I_M)$. □

Colle 2

Question de cours: Donner la loi de Fourier (cas général). Expliciter chaque grandeur qui y intervient. Lien avec le second principe de la thermodynamique ? □

Exercice 1: L'âge de la terre
Pour estimer l'âge de la Terre, Lord Kelvin a proposé le modèle suivant : la Terre est assimilée à un demi-espace $x < 0$ et l'atmosphère permet à tout instant de maintenir $T(x = 0) = 300\ K$. La Terre s'est formée par solidification de roches à la température T_F. A l'instant initial on suppose donc qu'on avait $T(x < 0, t = 0) = T_F$. Depuis, la Terre se refroidit lentement en évacuant vers l'atmosphère un flux de chaleur qui vaut actuellement $j_Q(x = 0, t) = 0,08\ W.m^{-2}$. On donne pour la Terre les chiffres moyens : $\mu = 2700\ kg.m^{-3}$, $c = 1000\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\lambda = 2\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

1) On admet que la fonction

$$f(x,t) = \int_O^u \exp(-v^2)dv,$$

avec $u = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$, est solution de $\partial T/\partial t = D\Delta T$. Justifier alors que $T(x,t) = a + bf(tx,t)$ est aussi solution et déterminer a et b en fonction de T_F et T_0. (on donne $\int_0^{+\infty} \exp(-v^2)dv = \sqrt(\pi)/2$)

2) En déduire l'expression de $j_Q(x = 0, t)$, puis une estimation de l'âge de la Terre. On pourra utiliser la propriété mathématique suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{d}{du}\left(f(x,t)\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_t = \exp(-u^2)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_t = \frac{1}{2\sqrt{Dt}}\exp(-\frac{x^2}{4Dt})$$

3) La découverte postérieure de la radioactivité a permis une nouvelle évaluation de l'âge de la Terre, cent fois plus élevée. En évaluant numériquement une distance caractéristique des variations spatiales du champ de température, montrer que l'approximation d'une Terre plate n'est pas en cause dans l'erreur d'évaluation. □

Colle 3

Question de cours: Retrouvez l'équation de la chaleur dans le cas 1D. □

Exercice 1: Survie dans un igloo
Évaluer l'épaisseur de glace nécessaire pour que, dans un igloo cubique de côté $a = 1m$, un être humain dégageant une puissance thermique de 50 W, puisse maintenir une température intérieure $T_i = 10\ °C$ alors que la température extérieure est de $-10\ °C$. On donne la conductivité de la glace $\lambda \approx 0,05\ W.K^{-1}.m^{-1}$. □

Exercice 2: Ailette de refroidissement
Pour évacuer la chaleur d'une source vers l'atmosphère, on a souvent recours au dispositif constitué d'une plaque de côtés a selon $\mathbf{u_x}$, b selon $\mathbf{u_y}$ et $c << b$ selon $\mathbf{u_z}$, collée en $x = 0$ à la source de chaleur qui impose $T(x = 0) = T_0$. Cette plaque, de conductivité thermique λ, est plongée dans l'atmosphère, qui est assimilée à une source de température constante T_a. On étudie le régime stationnaire. On suppose qu'un élément de surface dS de la plaque de température $T(x)$ cède à l'atmosphère un flux thermique conducto-convectif de la forme $\delta^2\Phi = h(T(x) - T_a)dS$.

1) En faisant un bilan pour la tranche de plaque entre x et $x+dx$, montrer que $T(x)$ est solution d'une équation différentielle de la forme : $T - \delta^2\frac{d^2T}{dx^2} = T_a$. Exprimer δ en fonction de h, λ, b et c. Simplifier δ dans la limite où $c << b$

2) On suppose $a >> \delta$ de telle sorte que l'on peut raisonner sur une plaque de longueur a infinie. A l'extrémité de la plaque, l'atmosphère impose $T(x = +\infty) = T_a$. Établir l'expression de $T(x)$ en fonction de T_0, T_a, x et δ. Tracer l'allure de son graphe et interpréter concrètement δ. Comment un industriel choisira-t-il la longueur effective a de la plaque par rapport à δ ?

3) Calculer le flux thermique total Φ évacué par l'ailette, en fonction de h, b, δ, T_0 et T_a.

4) En l'absence d'ailette, la surface d'échange entre la source et l'atmosphère serait bc et le flux évacué vers l'atmosphère vaudrait $\Phi_0 = hbc(T_0 - T_a)$ Exprimer le rendement de l'ailette $\nu = \Phi/\Phi_0$ en fonction de h,λ et c. Quel est l'intérêt de prendre $c << b$? □